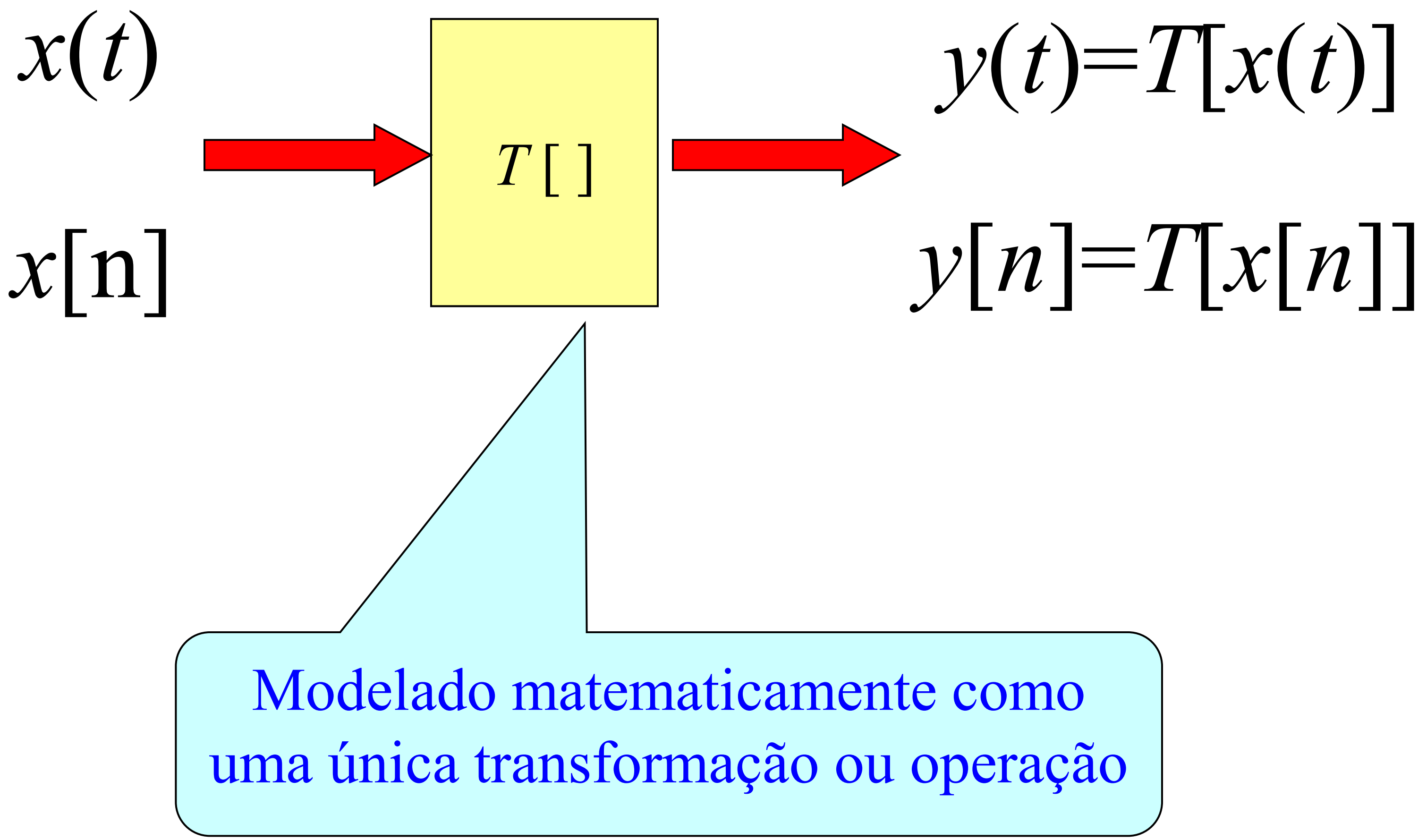
Universidade Federal de Campina Grande
Departamento de Engenharia Elétrica

Análise de Sinais e Sistemas
Aula: Sistemas

Luciana R. Veloso

Luciana.veloso@dee.ufcg.edu.br

SISTEMAS



$x(t)$
$x[n]$
$T[\ ]$
$y(t)=T[x(t)]$
$y[n]=T[x[n]]$
Modelado matematicamente como uma única transformação ou operação

Propriedades dos Sistemas

- Os sistemas podem ser classificados em termos de suas propriedades:
  - Memória
  - Invertibilidade
  - Causalidade
  - Estabilidade
  - Invariância ao Deslocamento
  - Linearidade

Sistemas com ou sem memória

- Um sistema é dito sem memória se a saída em qualquer instante de tempo depende apenas da entrada naquele mesmo instante.

Sistemas com ou sem memória

- Sistema sem memória
  - Ex: resistor, a entrada é a corrente e a saída é a tensão.

$$y(t) = Rx(t)$$

$$v(t) = Ri(t)$$

- Sistema com memória

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$$

Sistemas com ou sem memória

- Exercícios

$$1.\ y[n] = x^2[n]$$

$$2.\ y[n] = x[n - n_0]$$

$$3.\ y(t) = x(t)$$

SISTEMA INVERTÍVEL

- Um sistema é invertível é aquele em que a sequência de entrada pode ser obtida a partir da sequência de saída.

- Entradas distintas correspondem a saídas distintas.

SISTEMA INVERTÍVEL

- Sistema invertível

$$y[n] = 2x[n]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k] \quad = y[n-1] + x[n]$$

- Sistema não invertível

$$y[n] = x^2[n]$$

$$y[n] = 0$$

CAUSALIDADE

- Um sistema é chamado causal se sua saída $y(t)$ em um tempo arbitrário $t=t_0$ depender apenas da entrada $x(t)$ para $t \leq t_0$.
  - Depende apenas das amostras presentes ou passadas
  - Sistema não-antecipativo.
  - Todo sistema realizável é causal.

CAUSALIDADE

- Sistema causal

$$y[n] = x[n] + x[n-1]$$

$$y(t) = x(t)\cos(t+1)$$

$$z[n] = y[n] - y[n-1]$$

- Sistema não causal

$$y[n] = x[n] + x[n+1]$$

$$y(t) = x(-t)$$

$$z[n] = y[2n]$$

Dica: Olhar em todos os instantes

Sistemas causais

Sistemas não causais são realizáveis com um atraso de tempo!

ESTABILIDADE

- Sistema é estável se para toda sequência de entrada limitada esse sistema produz uma saída também limitada.
  - $x[n]$ é limitado se: $|x[n]| \leq B_x < \infty$ para todo n
  - $y[n]$ é limitado se: $|y[n]| \leq B_y < \infty$ para todo n
- O sistema é estável se $y[n]$ é limitado para todo e qualquer sinal $x[n]$ limitado.

ESTABILIDADE

- Sistema estável

$$y[n] = \sum_{k=-m}^{m} x[n-k]$$

$$\mathrm{y[n]} = \mathrm{x[n]}^2$$

- Sistema instável

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$$

$$\mathrm{y[n]} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{x}(\tau)\mathrm{d}\tau$$

Dica: Qual o valor máximo da saída?

Exercícios

$$1.\, y(t) = e^{x(t)}$$

$$2.\, y(t) = tx(t)$$

ESTACIONARIDADE (INVARIÂNCIA NO TEMPO)

- O comportamento e as características do sistema não dependem do tempo.
- Um deslocamento no tempo de t_0 no sinal de entrada resulta num deslocamento no tempo de t_0 na saída

Se:

$$y[n] = T[x[n]]$$

Então:

$$\boxed{y[n-n_0] = T[x[n-n_0]]}$$

Invariância

- Exemplo

$$y[n] = 3x[n]$$

$$y[n] = nx[n]$$

- Exercícios

$$y(t) = sen(x(t))$$

$$y(t) = x(2t)$$

Sistemas Lineares

- Um sistema é dito linear se obedece ao Princípio da Superposição:

  Dado:

$$y_1(t) = T[x_1(t)] \qquad y_2(t) = T[x_2(t)]$$

  - **Aditividade:**

$$T[x_1(t) + x_2(t)] = T[x_1(t)] + T[x_2(t)] = y_1(t) + y_2(t)$$

  - **Homogeneidade:**

$$T[ax_1(t)] = aT[x_1(t)] = ay_1(t)$$

$$\boxed{T[ax_1(t) + bx_2(t)] = aT[x_1(t)] + bT[x_2(t)] = ay_1(t) + by_2(t)}$$

LINEARIDADE

- Um sistema linear se a entrada for zero a saída também é zero

$$y[n] = 2x[n] + 5$$

Exercícios

1. $y(t) = tx(t)$
2. $y(t) = x^2(t)$

Livro: 1.15, 1.16, 1.17, 1.18, 1.19, 1.20, 1.26, 1.27, 1.28, 1.30 e 1.31