Universidade Federal da Campina Grande
Departamento de Engenharia Elétrica
Álgebra Linear
Prof. Edmar Candeia Gurjão
2a Lista de Exercícios
Data: 27/06/2017

Problema 1 *Determinar se cada um dos conjuntos abaixo é um espaço vetorial.*

a) $W = \{(\alpha_1, 0, -\alpha_1, 2\alpha_1) | \alpha_1 \in \mathbb{R}\}$ *com soma e multiplicação por escalar convencionais.*

b) $S = \{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} | a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$, *com* $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+x & y \\ y & d+w \end{bmatrix}$ *e* $k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$

Problema 2 *Determinar se os conjuntos abaixo são subespaços, justifique suas respostas.*

a) $L = \{ax^2 + bx + c : a = b.c\}$

a) S *o conjunto de matrizes* $m \times n$ *tais que para um* $x_{n \times 1}$ *fixo e* $A \in S$, $A.x = 0$.

Solução:

a) Sejam $v = ax^2 + bx + c \in L$ e $w = \alpha x^2 + \beta x + \gamma \in L$, então $a.b = c$ e $\alpha\beta = \gamma$. Fazendo $u + w = (a+\alpha)x^2 + (b+\beta)x + c + \gamma$, então $(a+\alpha)(b+\beta) = a.b + a\beta + b\alpha + \alpha\beta \neq c + \gamma$, logo não é um subespaço vetorial.

b) Seja A_1 e A_2 vetores de S, então $A_1.x = 0$ e $A_2.x = 0$, Fezendo $(A_1 + A_2).x = A_1.x + A_2.x = 0$, logo a soma pertence a S. Fazendo $k.A_1$m tem-se $k.A_1.x = 0$, logo a multiplicação percence a S. Assim é um subespaço vetorial.

Problema 3 *Quais dos conjuntos de vetores abaixo são LI, justifique suas respostas.,*

a) $\{x^3 - 1, x^2 + 1, x - 1, 1, x^3 + x^2\}$

b) $\{(1, 2, 3, 4), (3, -1, 4, 50), (10, 13, -21, 5), (1, 2, 3, 4), (8, -7, 1, 5), (-1, -1, -1, -1)\}$

a) Fazendo a combinação linear $a_1(x^3 - 1) + a_2(x^2 + 1) + a_3.(x - 1) + a_4 + a_5(x^3 + x^2) = 0$ tem-se $(a_1 + a_5)x^3 + (a_2 + a_5)x^2 + a_3.x + (-a_1 + a_2 - a_3) = 0$, temos o sistema

$$\begin{cases} a_1 + a_5 = 0 \\ +a_2 + a_5 = 0 \\ a_3 = 0 \\ -a_1 + a_2 - a_3 = 0 \end{cases}$$

que possui infinitas soluções. Assim o conjunto é LD.

b) O conjunto contém vetores repetidos, logo é possível fazer a combinação $(1,2,3,4) = 1.(1,2,3,4)$, portanto o conjunto é LD.

Problema 4 *Mostre se cada um dos conjuntos gera o respectivo espaço e se é uma base para esse espaço, justifique suas respostas.*

a) $\{x^3+x, x^2-1, x, 2, x^2-2, 2x^3-x^2\}$ *para* $P_3(\mathbb{R})$

b) $\{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\}$ *para o espaço de todas as matrizes* 2×2 *simétricas.*

Problema 5 *Determine quais dos seguintes conjuntos de vetores são linearmente dependentes ou independentes:*

a) $\{(1,0,1),(0,1,3)\} \in \mathbb{R}^3$*;*

b) $\{x^2+3x-1, 2x^2-x, x^2-4x+1\} \in P_2$

c) $\{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \{\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}\}.$

a) $a(1,0,1)+b(0,1,3) = (0,0,0)$ e $(a,b,a+3b) = (0,0,0)$, logo $a=b=0$ é a única solução, portanto os vetores são L.I.

b) $a(x^2+3x-1)+b(2x^2-x)+c(x^2-4x+1) = 0$ e $(a+2b+c)x^2+(3z-b-4c)x-(a+c) = 0$ obtemos $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -4 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ escalonando $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e como $p_a = p_c = n$ o sistema tem infinitas soluções, e assim os vetores são L.D.

c) Há vetores repetidos, logo o conjunto é L.D.

Problema 6 *Determine se os conjuntos* W *abaixo são subespaços vetoriais do espaço vetorial* V *dado, onde* V *é considerado com suas operações usuais.*

a) $V = R^3$ *e* $W = \{(x,y,z) \in R^3 | x = 3y, z = -y\}$*;*

b) $V = M_{2\times 2}$ *e* $W = \{A \in M_{2\times 2} | A$ *é matriz simétrica*$\}$*;*

Problema 7 *Determine se cada um dos conjunto abaixo é um espaço vetorial.*

a) $V = \mathbb{R}^2$ *com operações* $(a,b)+(c,d) = (a-c, b-d)$ *e* $k(a,b) = (ka,kb)$*.*

b) $V = M_{2\times 2}$ *com operações* $A+B = A.B$*,* A *e* $B \in M_{2\times 2}$ *e* kA *a multiplicação de matriz por um escalar.*

Problema 8 *Seja* V *um o conjunto de pontos* $\{(x,y) | x,y \in \mathbb{R}\}$*, com as operações*

$$(x,y)+(z,w) = (x+z, y+w);$$

e

$$k(x,y) = (kx, y^k).$$

Determine se V *é um espaço vetorial.*

Problema 9 *Determine se cada um dos conjuntos abaixo é uma base para $P_2(\mathbb{R})$ (conjunto de polinômios de grau menor ou igual a 2).*

a) $A = \{1 + t, t + t^2\}$;

b) $B = \{1, -1 + t, 1 - 2t + t^2\}$.

Problema 10 *Sejam os vetores do tipo* $\{(a-2b+5c, 2a+5b-8c, -a-4b+7c, 3a+b+c)\}$.

a) *Mostre que esses vetores formam um subespaço de* $\mathbb{R}^4$.

b) *Encontre uma base para esse subespaço.*

Problema 11 *seja A uma matriz $m \times n$ e seja $W = \{v \in \mathbb{R}^n$ tal que $Av = \lambda v\}$. Mostre que W é um subespaço de $\mathbb{R}^n$.*

Solução: Seja $v_1, v_2 \in W$, então $Av_1 = \lambda v_1$ e $Av_2 = \lambda v_2$, logo:

a) $A(v_1 + v_2) = Av_1 + Av_2 = \lambda v_1 + \lambda v_2 = \lambda(v_1 + v_2)$ portanto $v_1 + v_1 \in W$, e

b) $A.k.v_1 = k.A.v_1 = k\lambda v_1 = \lambda k v_1$, portanto $kv_1 \in W$.

Satisfeitas ambas as condições, W é um subespaço vetorial.

Problema 12 *Determine se cada um dos conjuntos abaixo é espaço vetorial.*

a) *O conjunto $A = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$ com $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$ e $k(a, b) = (k^2a, k^2b)$.*

b) *O conjunto $B = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$ com $(a, b) + (c, d) = (a, d)$ e $k(a, b) = (ka, kb)$.*

a) Não é espaço, pois $(\alpha + \beta)(a, b) \neq \alpha(a, b + +\beta(a, b)$

b) Não é espaço, pois $(a, b) + (c, d) \neq (c, d) + (a, b)$.

Problema 13 *Seja V o conjunto de todos os pares (a, b), $a, b \in \mathbb{R}$, com adição e multiplicação por escalar definidos por*

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) \text{ e } k(a, b) = (ka, 0).$$

Esse conjunto é um espaço vetorial?

Problema 14 *Seja V o conjunto de todos os pares (a, b), $a, b \in \mathbb{R}$, com adição e multiplicação por escalar definidos por*

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d) \text{ e } k(a, b) = (ka, 0).$$

Esse conjunto é um espaço vetorial?

Problema 15 *Determine se cada um dos conjuntos abaixo são subespaços vetoriais:*

a) $\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R}, x > 0\} \subset \mathbb{R}$ *com as operações* $x + y = xy$ *e* $\lambda x = x^\lambda$.

b) $W = \{(a,b,c)|ab = 0\}$ *com operações de soma de vetores e multiplicação por escalar usuais.*

a) Falha em $(\alpha + \beta)a \neq \alpha a + \beta a$, logo não é uma subespaço vetorial.

b) Falha em $\mathbf{u} + \mathbf{v} \neq \mathbf{v} + \mathbf{u}$, logo não é um subespaço vetorial.

Problema 16 *Determine se o vetor* b *é um combinação linear dos vetores* $a_1 = (2, -3, 4, 1)$, $a_2 = (1, 6, -1, 2)$ *e* $a_3 = (-1, -1, 2, 3)$ *e* $b = (3, -17, 17, 7)$. *Caso* b *seja uma combinação linear de* a_1, a_2 *e* a_3, *expresse* b *como uma combinação linear de* a_1, a_2 *e* a_3.

Problema 17 *Para quais valores de* h *o conjunto de vetores* $V = \{(1, 4, -2), (-3, -7, -2), (-3, 3, h)\}$ *:] é linearmente independente?*

Problema 18 *Determine se os conjuntos abaixo são subespaços de* $\mathbb{R}^3$

a) $W_1 = \{(a,b,c)|a = 2b\}$

b) $W_2 = \{(a,b,c)|a \leq b \leq c\}$

c) $W_3 = \{(a,b,c)|ab = 0\}$

d) $W_4 = \{(a,b,c)|a = b = c\}$

Problema 19 *O conjunto* $\{(1-t)^3, (1-t)^2, 1-t, 1\}$ *é uma base para o espaço dos polinômios de grau* ≤ 3*?*

Primeiro, vamos testar se os vetores são LI $a(1-t)^3 + b(1-t(^2 + c(1-t) + d = 0$ ou $-at^3 + (3a - b)t^2 + (-3a - 2b - c)t + (b + c + d) = 0$, e resolvendo o sistema chegamos a $a = b = c = d = 0$, logo os vetores são LI. E como $Dim(P_3) = 4$, e o conjunto tem 4 vetores, formam uma base.

Problema 20 *Seja* M_s *o subespaço das matrizes* 2×2, *que consiste das simétricas. Determine uma base e a dimensão desse subespaço.*

Problema 21 *Seja um espaço vetorial* W, *com* $dim(W) = n$, *e o conjunto de vetores de* W $S = \{\mathbf{u}, \mathbf{v}, 2\mathbf{u}, 2\mathbf{v}, 3\mathbf{u}, 3\mathbf{v}, ..., n\mathbf{u}, n\mathbf{v}\}$, *responda:*

1. *O conjunto* S *pode ser uma base para o espaço* W*?*
2. *Caso* $n = 4$, *o que devemos considerar sobre os vetores de* S *e quais as modificações (remoções, inserções) devem ser feitas para obter uma base para* W*?*

Problema 22 *Dada a matriz de mudança de base* $[I]_A^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ *determine:*

a) $[v]_A$, *sabendo que* $[v]_B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

b) A base B sabendo que $A = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,1,1)\}$.

Problema 23 *Determine se cada um dos conjuntos abaixo é um subespaço vetorial do* $\mathbb{R}^3$.

a) $W = \{(a,b,0) : a,b \in \mathbb{R}\}$;

b) $W_1 = \{(a,b,c) : a+b+c=0\}$.

Problema 24 *Considere os vetores* $\mathbf{u} = (1,-3,2)$ *e* $\mathbf{v} = (2,-1,1)$ *em* $\mathbb{R}^3$.

a) O conjunto formado pelos vetores $\{(1,7,4),\mathbf{u},\mathbf{v}\}$ *é L.I. ou L.D.? Prove sua resposta.*

b) O conjunto formado pelos vetores $\{(2,-5,4),\mathbf{u},\mathbf{v}\}$ *é L.I. ou L.D.? Prove sua resposta.*

c) Para que valor de k *o conjunto* $\{(1,k,5),\mathbf{u},\mathbf{v}\}$ *é L.D.?*

Problema 25 *Seja* V *o espaço de todas as matrizes* 2×2 *e* w *o subespaço gerado por* $\begin{bmatrix} 1 & -5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$ *e* $\begin{bmatrix} 1 & -7 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}$. *Encontre uma base e a dimensão de* W.

Problema 26 *Sejam as bases do* $\mathbb{R}^3$: $\{\mathbf{e}_1, = (1,1,1),\ \mathbf{e}_2 = (0,2,3)\ \mathbf{e}_3 = (0,2,1)\}$ *e* $\{\mathbf{f}_1, = (1,1,0),\ \mathbf{f}_2 = (1,-1,0)\ \mathbf{f}_3 = (0,0,1)\}$

a) Dado o vetor $\mathbf{v} = (3,5,-2)$ *determine* $[\mathbf{v}]_{\mathbf{e}}$ *e* $[\mathbf{v}]_{\mathbf{f}}$

b) Determine $[I]_{\mathbf{f}}^{\mathbf{e}}$.

c) Como você pode verificar se a matriz do item anterior está correta?

Problema 27 *Determine se cada um dos conjuntos abaixo, com as respectivas operações é um espaço vetorial*

a) $\{(x,y) \mid x = 2y,\ x,y \in \mathbb{R}\}$ *e as operações de soma e multiplicação por escalar usuais.*

b) $\{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{R}\}$ *com as operações* $(x_1,y_1)+(x_2,y_2) = (x_1+x_2, y_1+y_2)$ *e* $k(x,y) = (x,ky)$.

Problema 28 *Sejam* $\{\mathbf{v_1},\mathbf{v_2},...,\mathbf{v_n}\}$ *vetores LI e* $\mathbf{w} \in W = [\mathbf{v_1},\mathbf{v_2},...,\mathbf{v_n}]$. *Prove que:*

a) $\{\mathbf{w},\mathbf{v_1},\mathbf{v_2},...,\mathbf{v_n}\}$ *é LD,*

b) $\{\mathbf{v_2},...,\mathbf{v_n}\}$ *é LI, e*

c) $[\mathbf{v_2},...,\mathbf{v_n}] \neq W$.

Problema 29 W *é um subespaço vetorial de dimensão 4, os vetores* $(1,0,3,4)$, $(3,0,7,9)$, $(2,0,6,8)$ *e* $(4,0,10,13)$ *pertencem a* W, *determine uma base para* W.

Problema 30 *Determine os coeficientes dos vetores abaixo com relação as bases apresentadas e as respectivas matrizes de transformação dessa base para a base canônica.*

a) $\mathbf{v} = x^3 - x$, *base* $B = \{x^3 + 2x, 4x^3 - x^2 + x + 3, x^3 + x - 1, x^3 + x\}$

b) $\mathbf{w} = (1, 1, 1, 1)$, *base* $\beta = \{(0, 3, 1, 0), (1, 1, -1, 1), (0, 1, 0, 0), (2, 4 - 1, 1)\}$.

Problema 31 *Em um espaço vetorial de dimensão* n*, dado* $\beta = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_p\}$ *que pertence a esse espaço, justifique as seguintes afirmativas:*

a) Se $p > n$*, então* β *não é LI.*

b) Se $p < n$*, então* β *não é gerador do espaço.*

c) Se $p = n$*, então* β *é gerador do espaço se e só sé LI.*

Problema 32 *Se* $B = \{\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}\}$ *é base de um espaço vetorial* V*, verifique se* $C = \{\mathbf{u} + \mathbf{v} + \mathbf{w}, \mathbf{v} - 3\mathbf{w}, \mathbf{u} + 2\mathbf{v} - \mathbf{w}\}$ *também é base de* V*.*

Problema 33 *Dado um espaço vetorial de dimensão* n *e um conjunto de vetores* β *com* p *elementos. Quais as condições para que esse conjunto seja uma base para o espaço?*

Problema 34 *Determine se cada um dos conjuntos abaixo define um espaço vetorial. a)* $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & a+b \end{bmatrix} | a, b \in \mathbb{R} \right\}$ *b)* $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} | a \in \mathbb{R} \right\}$ *ambos com adição de matrizes e multiplicação por um escalar padrão.*

Problema 35 *Determine se o conjunto* V *de todas as funções de polinômios quadráticos* $f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ *com adição de funções e multiplicação por um escalar padrão é um espaço vetorial.*

Exercício 1, pp. 168. Thomas S. Shores

Problema 36 (1,0 ponto) *Determine se o conjunto* $W = \{(a, b, a - b + 1) | a, b \in \mathbb{R}\}$ *é um subespaço vetorial de* $V = \mathbb{R}^3$*.*

Problema 37 *Determine se o conjunto* $S = \{(a, 0, a - b) | a, b \in \mathbb{R}\}$ *é um subespaço vetorial de* $V = \mathbb{R}^3$*.*

Exercício 3, pp. 168. Thomas S. Shores

Problema 38 *Determine se o conjunto* $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ b & a & 0 \end{bmatrix} | a, b \in \mathbb{R} \right\}$ *é um subespaço vetorial de* $M_{2\times3}$*.*

Problema 39 *Quais dos seguintes conjuntos de vetores são LI em* $V = \mathbb{R}^4$ *? a)* $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$,

$\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ *b)* $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ *c)* $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ *b)* $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$
$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Problema 40 *Encontre as coordenadas de* $\mathbf{v}$ *com respeito às seguintes bases:*

a) $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, *base* $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ *de* $\mathbb{R}^2$

b) $\mathbf{v} = 2 + x^2$, *base* $1 + x, x + x^2, 1 - x$ *de* P_2

c) $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$, *base* $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ *de* $M_{2\times 2}$

Problema 41 *Para quais valores de* k *o conjunto de vetores* $(1, 1, k)$, $(2, k, 4)$ *e* $(3k + 1, 3, -4)$ *em* $\mathbb{R}^3$ *é LI?*

Problema 42 *Assuma que* $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_k\} \subseteq V$, *sendo* V *um espaço vetorial de dimensão* n. *Diga se as seguintes afirmativas são verdadeiras ou falsas, e justifique as suas respostas.*

1. *Se* S *é uma base de* V *então* $k = n$.
2. *Se* S *é LI então* $k \leq n$.
3. *Se* S *é LI e* $k = n$ *então* S *é uma base de* V.

Problema 43 *Considere as bases* $B = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ *e* $C = \{\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3\}$ *de* $\mathbb{R}^3$ *assim relacionadas:*

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1 &= \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{g}_2 &= 2\mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3 \\ \mathbf{g}_3 &= 3\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3 \end{aligned} \tag{1}$$

1. *Determinar as matrizes de mudança de base de* B *para* C *e de* C *para* B.
2. *Se um vetor* u *de* $\mathbb{R}^3$ *apresentar as coordenadas 1, 2 e 3 em relação a base* B, *quais as suas coordenadas em relação a* C*?*

Problema 44 *Mostre que o subconjunto de vetores* $\{(0,2,2),(0,4,1)\}$ *é uma base do subespaço vetorial de* $\mathbb{R}^3$ $U = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x = 0\}$.

Problema 45 *Seja* W *um subespaço de* $\mathbb{R}^4$ *gerado pelos vetores* $(1,-2,5,3),(2,3,1,-4)$, *e* ,$(3,8,-3,-5)$.

1. *Encontre a base e a dimensão de* W.

2. *Estenda a base de* W *para que ela se torne a base de* $\mathbb{R}^4$.

Problema 46 *Suponha que* $\mathbf{v}$, $\mathbf{u}$ *e* $\mathbf{w}$ *formam um conjunto de vetores LI. Mostre que*

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} - 2\mathbf{w}$, $\mathbf{u} - \mathbf{v} - \mathbf{w}$ *são LI.*

2. $\mathbf{u} + \mathbf{v} - 3\mathbf{w}$, $\mathbf{u} + 3\mathbf{v}$ *e* $\mathbf{v} = \mathbf{w}$ *são LD.*

Problema 47 *Determinar se cada um dos seguintes conjuntos é um espaço vetorial:*

a) *Conjnto* V *consistindo de todos os polinômios quadráticos* $f(x) = ax^2 + bx + c$ *com* $a \neq 0$ *e adição de funções e multiplicação por um escalar padrões.*

b) *O conjunto* S_n *do todas as matrizes* $n \times n$ *simétricas com a adição de matrizes e multiplicação por um escalar padrões.*

Problema 48 *Quais dos seguintes subconjuntos são subespaços vetoriais de* $\mathbb{R}^3$*?*

a) $W_1 = \{(x,y,z) |\ x,y,z \text{ negativos}\}$.

b) $W_2 = \{(x,y,z) |\ x^2 - y = 0\}$.

Problema 49 *Quais dos seguintes subconjuntos são espaços vetoriais ?*

a) $W_1 = \{(x,y,z) |\ x,y,z \text{ negativos}\}$.

b) $W_2 = \{(x,y,z) |\ x - y = 0\}$.

Problema 50 *Prove que uma lista de vetores* $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_n$ *com vetores repetidos é linearmente dependente*

Problema 51 *Determine quais dos conjuntos vetores abaixo são linearmente independentes ou linearmente dependentes.*

a) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 4 & 5 & -2 \end{bmatrix}$ *e* $D = \begin{bmatrix} 3 & -8 & 7 \\ 2 & 10 & -1 \end{bmatrix}$,

b) $\mathbf{u} = t^3 - 4t^2 + 2t + 3$, $\mathbf{v} = t^3 + 2t^2 + 4t - 1$ *e* $\mathbf{w} = 2t^3 - t^2 - 3t + 5$.

Problema 52 *Seja* W *o espaço gerado pelos polinômios:* $v_1 = t^3 - 2t^2 + 4t + 1$, $v_2 = t^3 + 6t - 5$, $v_3 = 2t^3 - 3t^2 + 9t - 1$ *e* $v_4 = 2t^3 - 5t^2 + 7t + 5$. *Encontre uma base e a dimensão de* W.

Problema 53 *Encontre o núcleo da transformação* $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *sendo*

$$T(x_1, x_2, x_3) = \begin{bmatrix} x_1 - 2x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 \end{bmatrix}.$$